

Desarrollo del pensamiento algebraico a través de situaciones didácticas en quinto grado de primaria

Mtro. Luis Adrián Martínez Moreno

Asesor Técnico Pedagógico de Pensamiento Matemático

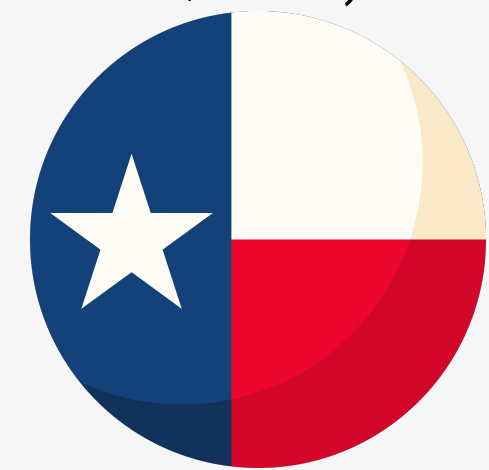
Miembro de la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática

Contexto

Zapatera
(2022)
Tradición piagetiana

VS

(Pincheira & Alsina, 2021; Torres et al., 2022).



Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas

Contexto nacional



Plan 2011

Lenguaje algebraico

Elaboración de conjeturas

Plan 2017

Generalización

Trabajo con patrones

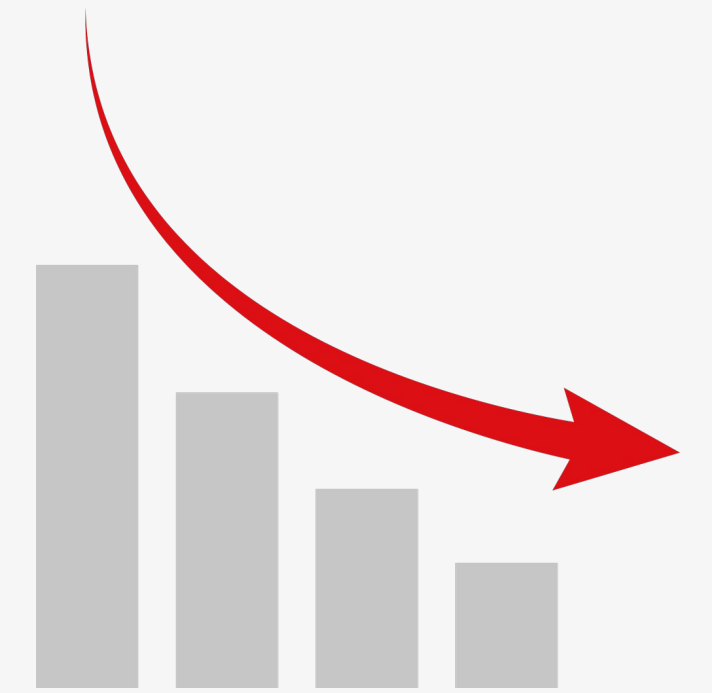
Relacionar datos

Plan 2022

No explícito

+ y x como inversas

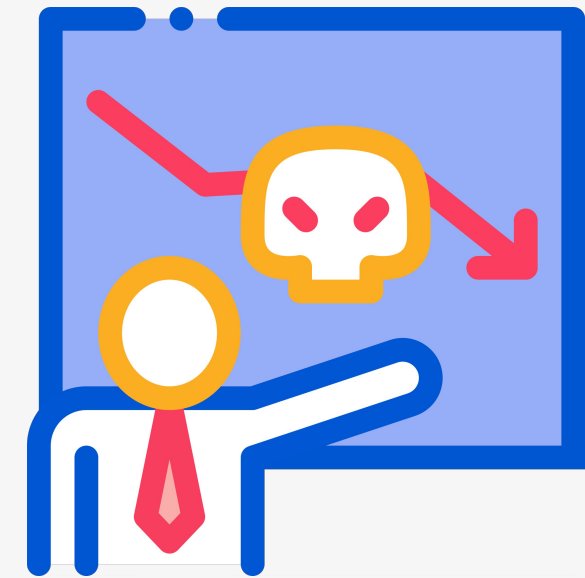
Historia del problema



- PISA 2022
 - México se encuentra por debajo de la OCDE
 - Pérdida de 14 puntos respecto al 2018
 - Mantiene el desempeño desde el 2003 (19 años)
- MEJOREDU 2022-2023 N=500,000 (Número, álgebra y variación)
 - Tendencia a la baja desde el 2021 (3º, 4º y 5º)
 - 5º grado 76% se ubica en “atención prioritaria”
 - 32% en promedio de aciertos
- EXANI I (IEA)
 - Pérdida de 8 puntos en matemáticas del 2023 al 2024

Problema

Currículo poco definido en temas de álgebra



Didáctica tradicional y superficial

Pregunta de investigación

¿Cuál es el impacto que tiene la implementación de secuencias didácticas fundamentadas en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) en el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de quinto grado de primaria?

Hipótesis de investigación

El pensamiento algebraico se desarrolla a través de intervenciones didácticas que se fundamentan en la Teoría de Situaciones Didácticas.

Marco teórico

Cattaneo (2012)

Didáctica de las matemáticas

- ¿Cómo aprenden las y los estudiantes matemáticas?
- ¿Qué se debe enseñar? ¿Cómo? ¿Con qué? y ¿En qué momento?
- ¿Qué enseñar primero y qué después?
- ¿Cuál es la mejor estrategia para abordar un contenido específico?
- ¿Cuáles deberían los conocimientos previos para abordar un tema?

Álgebra temprana

Pensamiento algebraico

Pensamiento

Enfoques

Funcional

Generalizar por medio de la construcción de funciones

Estructural

Identificar y expresar la estructura de operaciones y las expresiones

Variacional

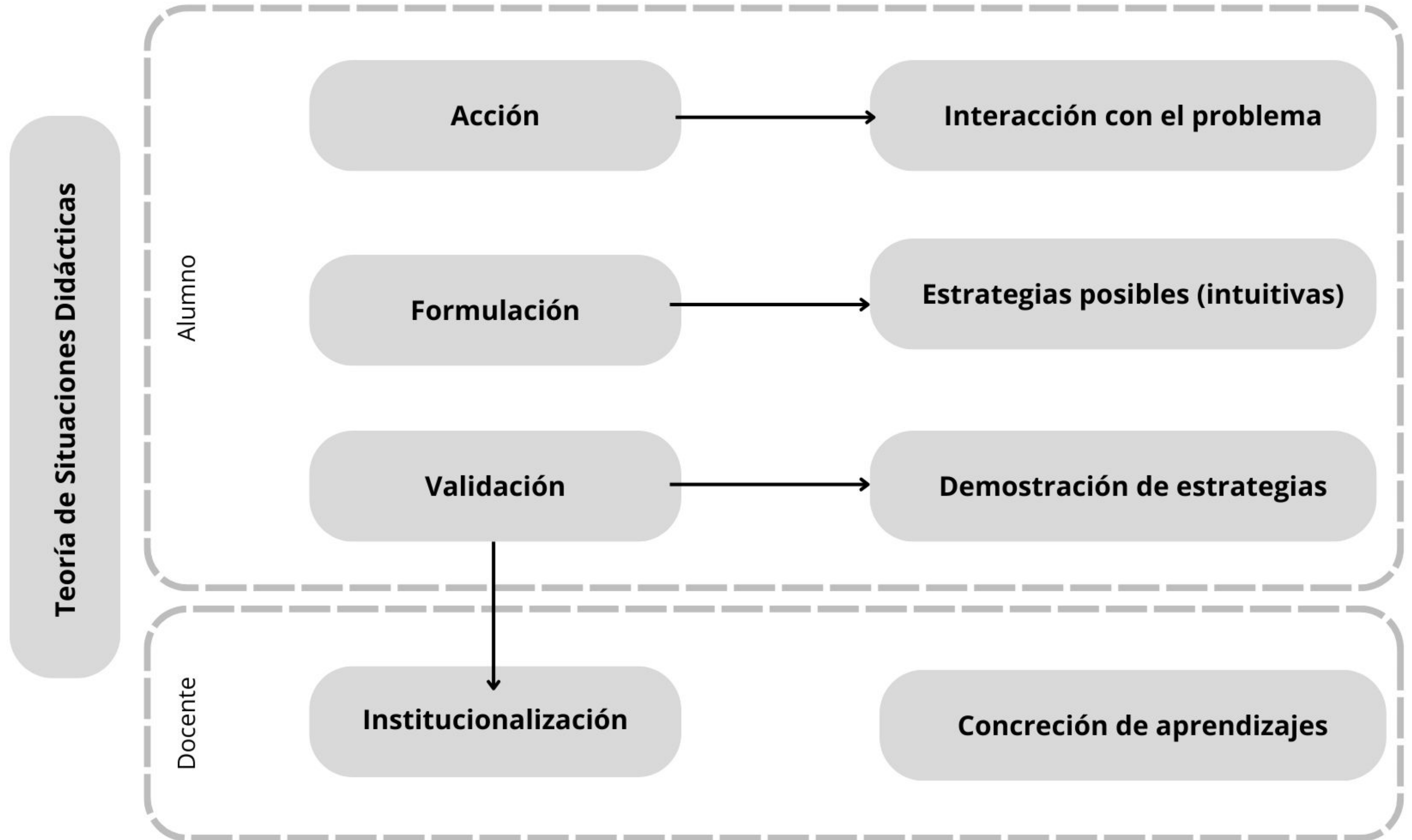
Identificar regularidades, procesos de cambio y covariación

Aritmética Generalizada

Uso de las operaciones aritméticas y sus propiedades para desarrollar el PA

Igualdad

Desarrollar la comprensión relacional del signo = y establecer la equivalencia



Escenario y participantes



- Urbana
- Organización completa
- Nivel socioeconómico bajo-medio
- Oriente de la ciudad de Aguascalientes
- N=30
- 57% M y 43 H
- 11 años (M)
- Convencia

Objetivos cuantitativos

- **Medir los efectos** que la implementación de secuencias didácticas fundamentadas en la TSD tiene sobre las dimensiones del pensamiento algebraico.
- **Determinar** las **habilidades** del pensamiento algebraico que se pueden **desarrollar** a través de la implementación de secuencias didácticas fundamentadas en la TSD.
- **Determinar** los **procesos** de **generalización** que se pueden desarrollar a través de la implementación de secuencias didácticas

Objetivos cualitativos

- **Describir los procesos de generalización** que los estudiantes de quinto grado de educación primaria ponen en marcha luego de su participación en una serie de sesiones matemáticas bajo el enfoque de álgebra temprana.
- **Identificar las fortalezas y áreas de oportunidad** respecto a cada una de las dimensiones del pensamiento algebraico: **funcional, estructural y variacional**.
- **Describir** los principales **aprendizajes** desarrollados por las y los estudiantes de quinto grado luego de su participación en las sesiones bajo el enfoque del álgebra temprana.

Variables

Vd: Pensamiento algebraico

Vi: TSD (Secuencias)

Subcategorías

Pensamiento funcional

Pensamiento estructural

Pensamiento varional

Categorías

Proceso exitoso

Proceso no exitoso

Metodología

Diseño Explicativo Secuencial

CUAN

Mixto
Explicativo
Pre y post
GE

Cual

Recolección de
datos
cuantitativos

Análisis
cuantitativo

Recolección de
datos
cualitativos

Análisis
cualitativo

Interpretación
del análisis
completo

Intervención didáctica TSD

Temas y propósitos de las secuencias didácticas

Sesión	Tema	Fecha	Propósito
1	Pensamiento Variacional	27/01/25	Establecer relaciones entre números incluidos en tablas.
2	Pensamiento Funcional	28/01/25	Generalizar términos en una función
3	Pensamiento Estructural	29/01/25	Descomponer expresiones matemáticas con base en una igualdad
4	Pensamiento Funcional	30/01/25	Describir estrategias para la generalización
5	Pensamiento Funcional	05/02/25	Generalizar términos lejanos en patrones figurales
6	Pensamiento Variacional	10/02/25	Identificar reglas en secuencias numéricas
7	Pensamiento Estructural	11/02/25	Aplicar propiedades de las operaciones para diversificar expresiones matemáticas

Instrumento cuantitativo

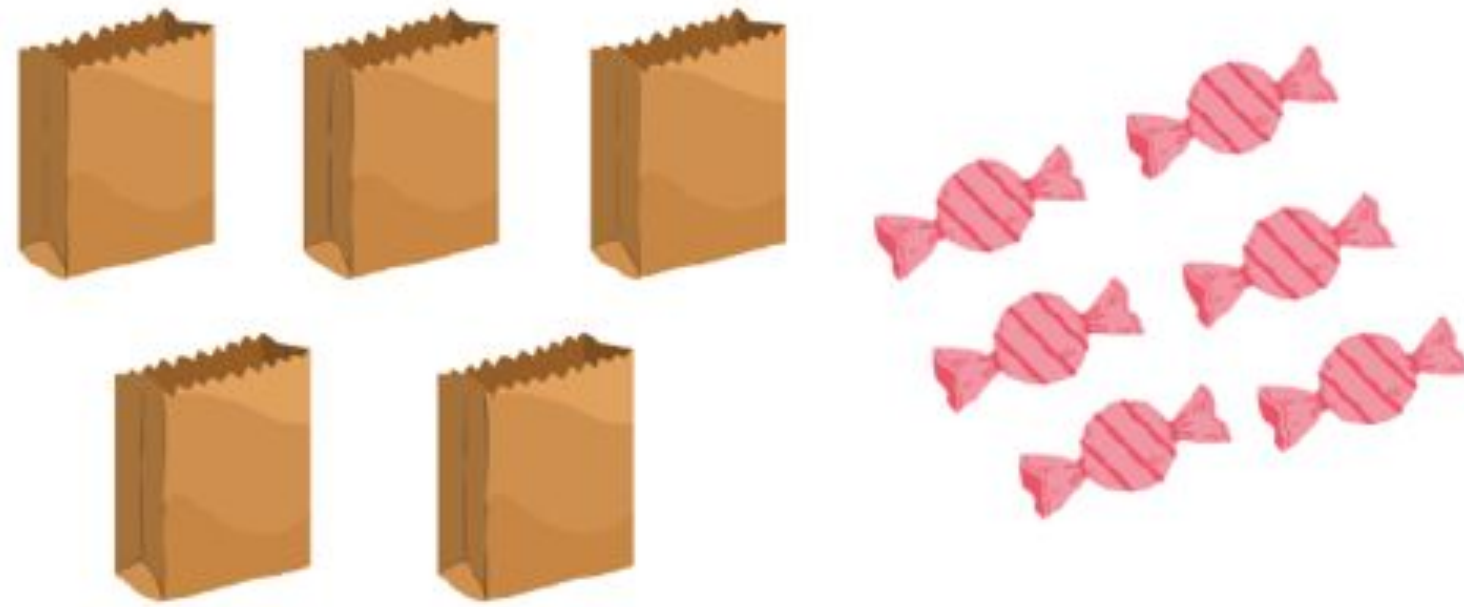
$\alpha = .957$ (muy alta)

KMO= .876 (alta)

Bartlett=<.001

Dimensiones	Indicadores	No ítems
Pensamiento funcional	Procesos de cambio	1
	Resolución de patrón figural de crecimiento	5
	Generalización de términos medianos en patrones	7
	Generalización de términos lejanos	12
Pensamiento estructural	Comprensión de igualdad	3
	Descomposición de operaciones	4
	Aplicación de igualdades	6
	Aplicación de igualdades	11
Pensamiento variacional	Relaciones de números en tablas	2
	Identificar la regla en secuencia numérica	8
	Identifica constante de patrón numérico	10
	Procesos de covariación	9

6. Observa la siguiente imagen y elige la opción que contenga la respuesta correcta



¿Cuál de las siguientes operaciones permite expresar correctamente el total de dulces de la imagen?

a. $51 = 5 + 6 \times \underline{\hspace{1cm}}$

b. $51 = 6 \times \underline{\hspace{1cm}} - 6$

c. $7 + \underline{\hspace{1cm}} \times 3 = 51$

d. $5 \times \underline{\hspace{1cm}} + 6 = 51$

8. Elige la opción que contenga una operación con la igualdad correcta.

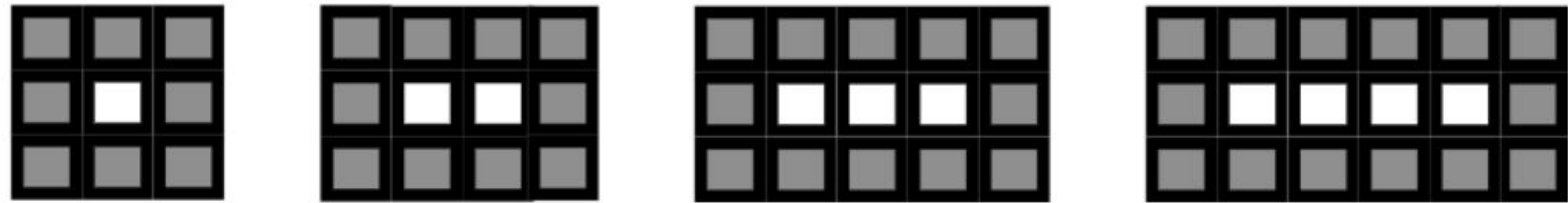
a. $100 \div 4 = 25 \times 3$

b. $16 \times 3 = 50 \times 0$

c. $34 + 15 = 25 + 2$

d. $39 + 11 = 200 \div 4$

Observa el siguiente patrón de crecimiento en las figuras y responde a la pregunta.



Continuando con el mismo patrón, ¿Cuántos cuadritos grises habrá en la figura que tiene 54 cuadritos blancos?

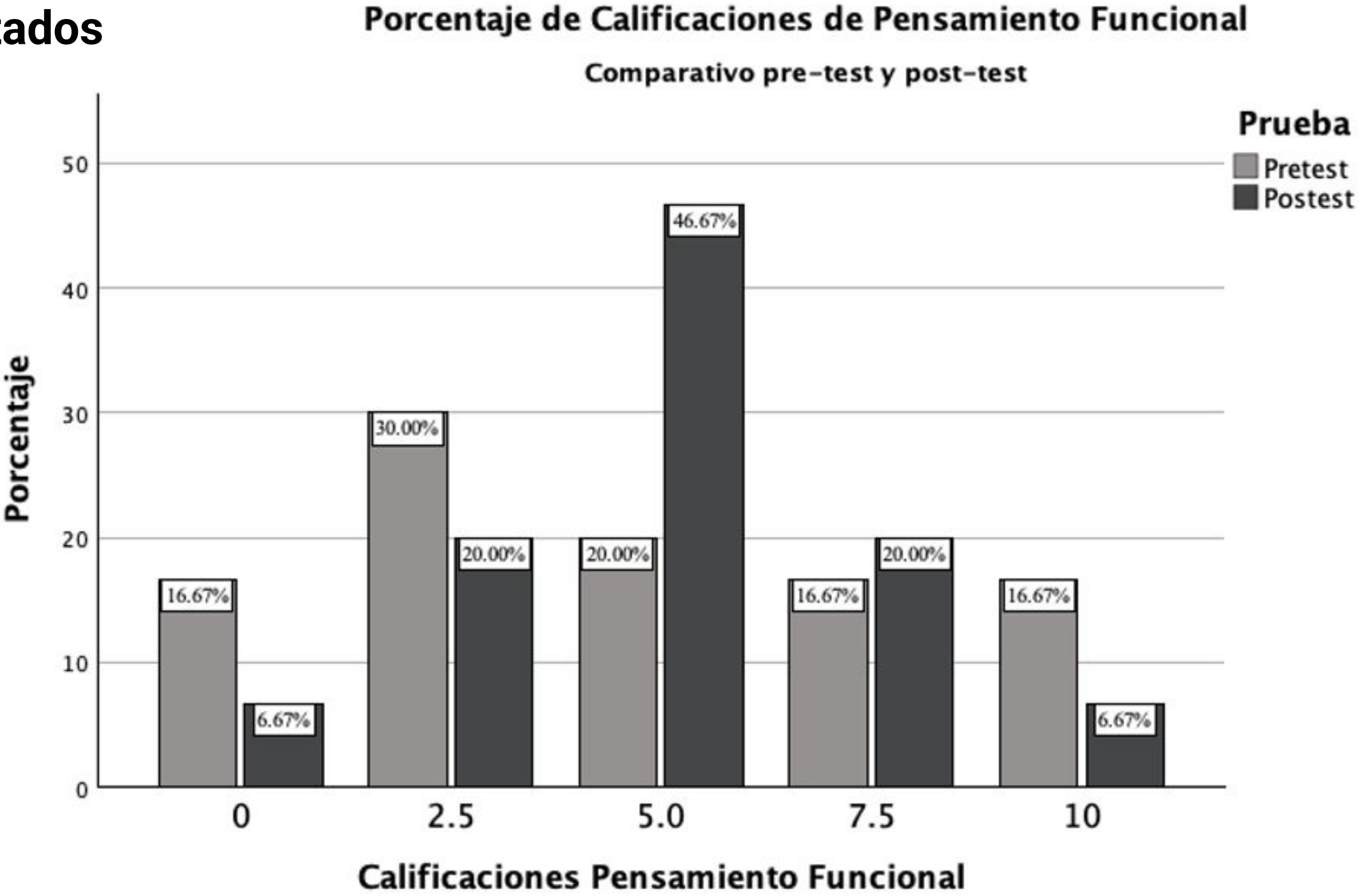
11. Observa la serie numérica que se encuentra en la siguiente imagen y con base en su secuencia responde a la pregunta.



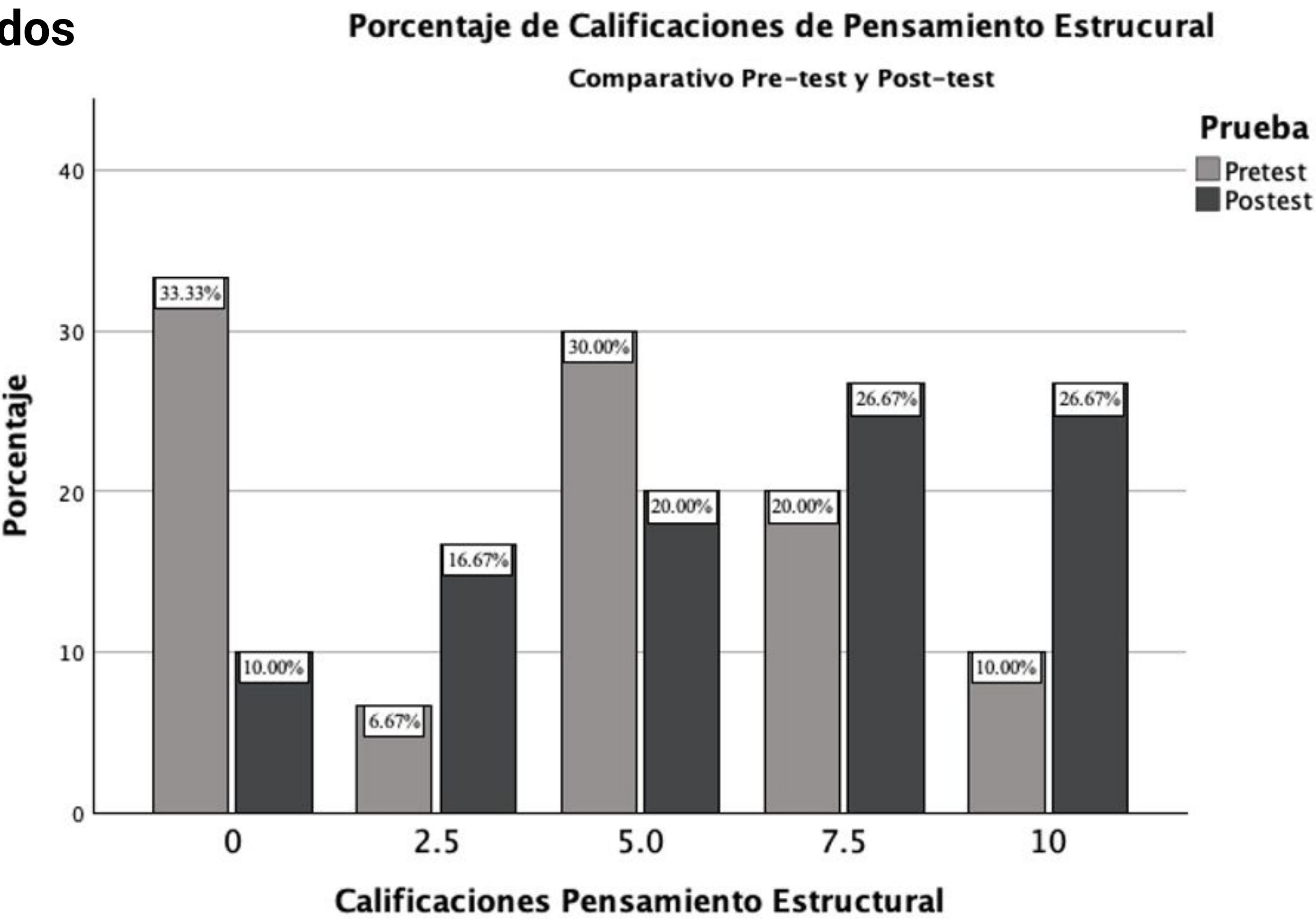
¿Qué número sigue en la secuencia numérica?

- a. 5
- b. 6
- c. 7
- d. 8

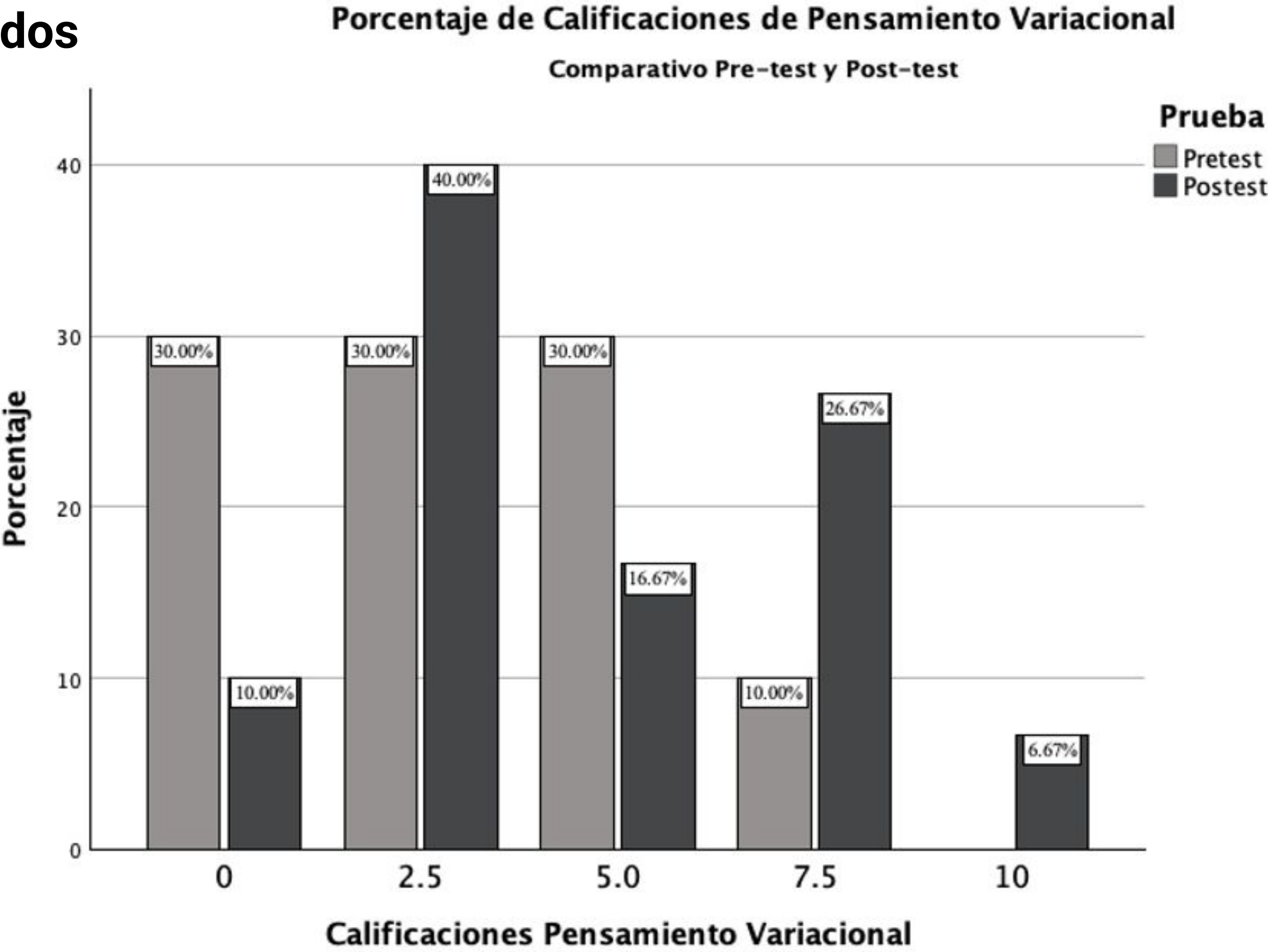
Resultados



Resultados



Resultados



Resultados

t de Student

Pensamiento algebraico

Vd (M=3.83; DE=2.12) fue menor que la medición del post-test (M=5.19; DE=2.12) ($t(29) = -2.37$, $p = .012$, g de Hedges = .619 (efecto **medio**)).

Wilcoxon

Pensamiento funcional

(Mdn=5.0; Rango=10) fue igual que la medición 2 (Mdn=5.0; Rango=10) $Z = -1.674$, $p = .094$ y g de Hedges = .385 (efecto **pequeño**).

Pensamiento

(Mdn=5.0; Rango=10) fue menor que la medición 2 (Mdn=7.5; Rango=10) $Z = -2.873$,
estructural

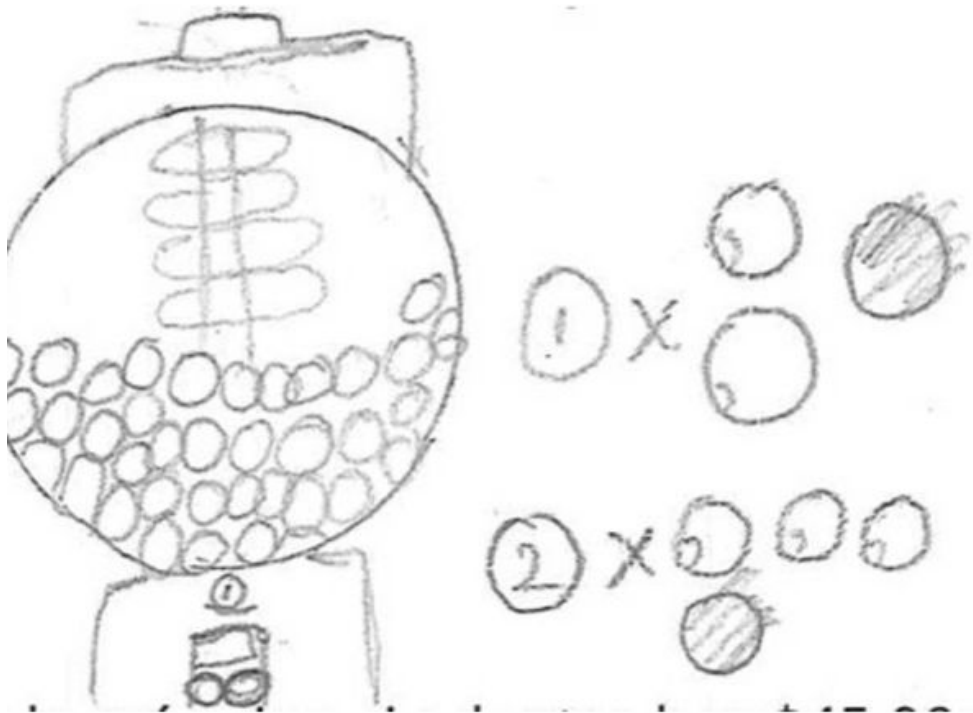
$p = .004$ y g de Hedges = .705 (efecto **medio**).

Pensamiento variacional

(Mdn=2.5; Rango=7.5) fue menor que la medición 2 (Mdn=3.7; Rango=10) $Z = -2.273$,
 $p = .023$ y g de Hedges = .602 (efecto **medio**).

Resultados

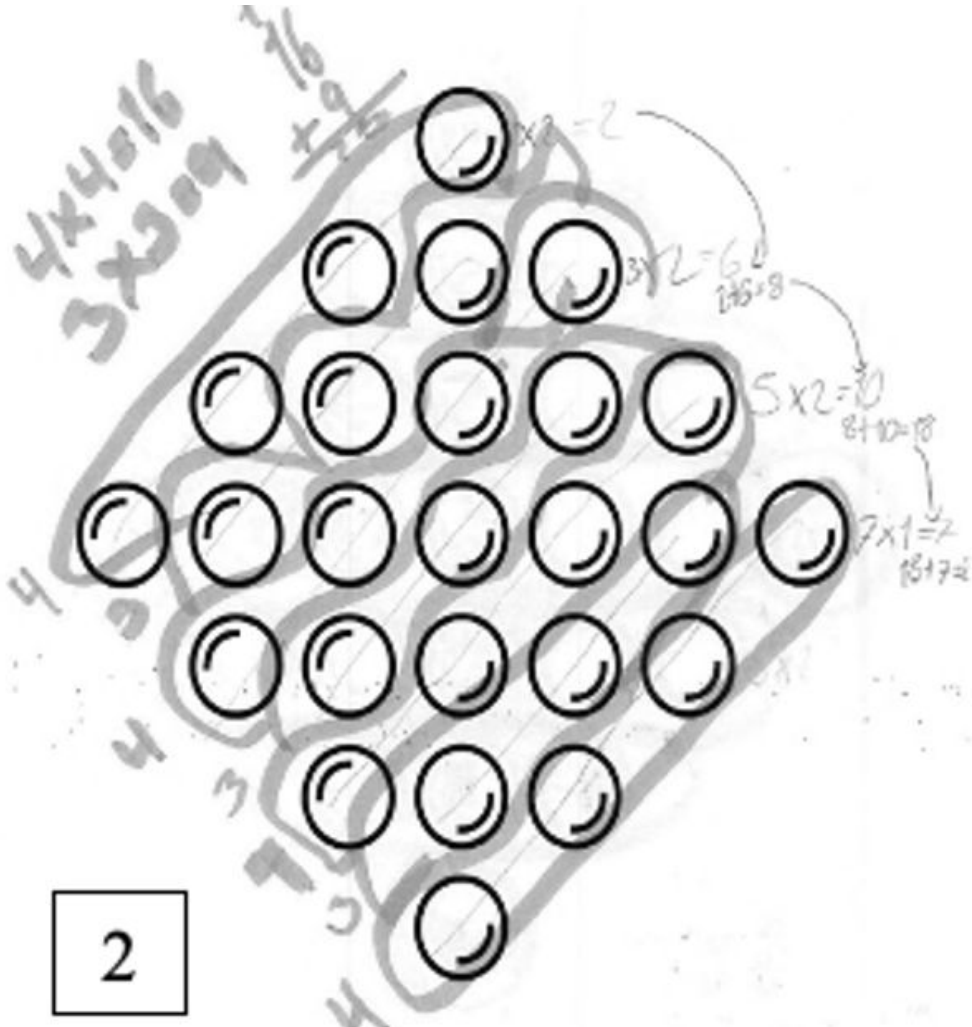
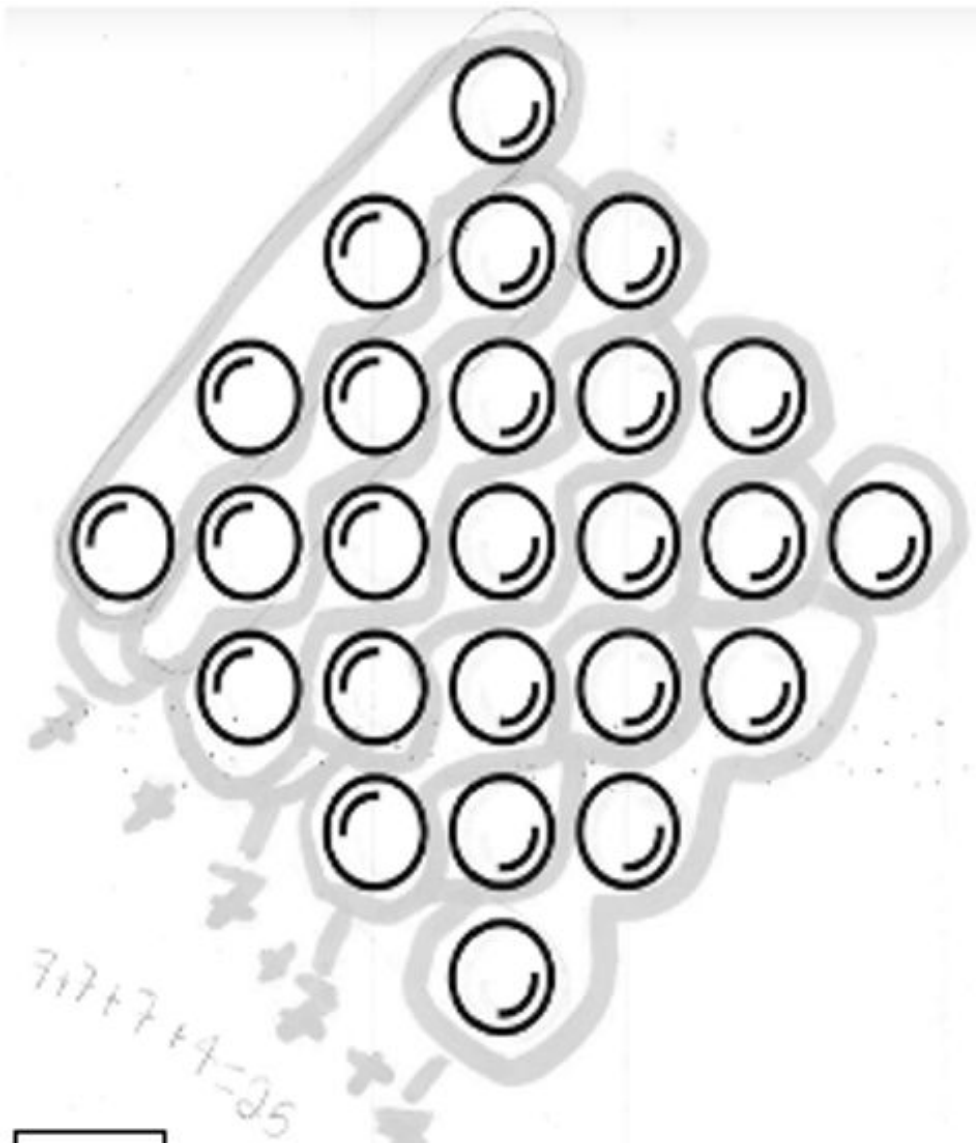
$3 \times 2 + 1 =$
 $6 + 7 = 13$
(41)



$3 + 3 + 1 = 7$

$4 + 4 + 1 = 9$

$5 + 5 + 1 = 11$



$200 = 10 \times 20 + 50 - 60 = 1200$

Discusión



Wilujeng et al. (2019)

Principios de Instrucción Merrill aumentó 2 puntos M

Medrano y Flores (2022)

Dificultades en el desarrollo del Pensamiento Funcional

Narváez (2022)

Procesos sofisticados de generalización (4º grado)

Otten (2019) Sun (2023)

Aumentó 73% la comprensión del signo =



Torres et al. (2022)

Dificultad en generalización (2º grado)

Conclusiones

- El PA puede mejorar a través de secuencias bajo la TDS
- El pensamiento funcional requiere más tiempo para su desarrollo
- El pensamiento estructural muestra mayores efectos de mejoría
- La subitización permite visibilizar elementos en generalizaciones
- El pensamiento algebraico se puede desarrollar mediante la aritmética generalizada
- La comprensión del signo = es crucial en el desarrollo del PA y PE
- El efecto es medio pero considerable en el desarrollo del PA

Referencias

Aké, L., Mojica, M., & Ramos, B. (2015). Introducción del pensamiento algebraico en educación primaria: Un reto para la educación básica en México.

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2004). Elementary Grades Students' Capacity for Functional Thinking (Vol. 2).

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas (Dilma Fregona, Trad.; Primera Edición). Libros del Zorzal.

Cattaneo, L. (2012). Didáctica de la matemática: enseñar matemática, enseñar a enseñar matemática. <https://elibro.net/es/ereader/ucuaudemoc/67091?page=11>

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? 1. En The Mathematics Educator (Vol. 8, Número 1).